

文章编号:1000-8055(2013)03-0481-08

用自助加权范数法评估三参数威布尔分布 可靠性最优置信区间

夏新涛¹, 徐永智², 金银平¹, 尚艳涛¹, 陈 龙¹

(1. 河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003;

2. 西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 提出自助加权范数法, 以评估三参数威布尔分布可靠性的最优置信区间。基于可靠性经验值与理论值的差异, 通过 6 个最小加权范数准则, 构建出威布尔分布的最优参数信息向量。对最优参数信息向量进行自助再抽样, 获得生成参数信息向量, 用于模拟参数的概率密度函数。在给定置信水平下, 求解出参数的估计真值及其置信区间, 并据此建立可靠性的估计真值函数及其最优置信区间函数。滚动轴承性能寿命案例、直升机部件失效案例与某试件疲劳寿命案例的研究表明: 使用自助加权范数法, 估计真值函数与可靠性经验值相一致, 最优置信区间函数能描述试验结果的真实状态。

关 键 词: 可靠性; 试验评估; 三参数威布尔分布; 置信区间; 自助加权范数法

中图分类号: V21; TB114.3

文献标志码: A

Assessment of optimum confidence interval of reliability with three-parameter Weibull distribution using bootstrap weighted-norm method

XIA Xin-tao¹, XU Yong-zhi², JIN Yin-ping¹,
SHANG Yan-tao¹, CHEN Long¹

(1. School of Mechatronics Engineering,

Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471003, China;

2. School of Mechatronics Engineering,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The bootstrap weighted-norm method was proposed to evaluate the optimum confidence interval of reliability with three-parameter Weibull distribution. Based on the difference between the empirical values and the theoretical values of reliability, an information vector of the optimum parameters of the Weibull distribution was structured in the light of six criterions of the minimum weighted-norm. By bootstrap resampling the information vector of the optimum parameters, a generated information vector was obtained to simulate the probability density function of the parameters. The estimated truth-value and its confidence interval of the parameters were solved and the estimated truth-value function and its optimum confidence interval function of the reliability could accordingly be established under the given confidence level. The case studies of the rolling bearing performance life, the heli-

收稿日期:2012-07-28

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130326.1743.201303.481_001.html

基金项目: 国家自然科学基金(51075123, 50675011)

作者简介: 夏新涛(1957—), 男, 湖南衡东人, 教授、博士生导师, 博士, 主要从事滚动轴承性能可靠性与信息融合等方面的研究。

copter component failure and the specimen fatigue life indicate that the estimated truth-value function is in accord with empirical values of reliability by using bootstrap weighted-norm method, and the optimum confidence interval function is able to describe true state of the test results.

Key words: reliability; experimental assessment;
three-parameter Weibull distribution; confidence interval;
bootstrap weighted-norm method

随着科学技术的发展,现代航天航空系统对性能可靠性提出了更加严格的要求,以确保其安全可靠运行^[1-4].在可靠性试验评估中,三参数威布尔分布被广泛应用,且主要聚焦于威布尔参数估计,采用的方法有极大似然法与最小二乘法^[5-6]、优化极大似然函数的变邻域搜索与模拟退火法^[7]、随机数法^[8]、高阶统计量法^[9]、矩与概率加权矩法^[5,10-12]、相关系数与割线优化法^[13-14]等.由于任何试验的参数评估都伴随有不确定性,尤其对高可靠性重大装备与系统而言,可靠性的过低和过高估计,都会产生不良后果,必须优化评估.因此,可靠性分析结果的置信区间评估问题已引起国内外研究者的关注^[12,15].但现有的可靠性理论研究主要依赖于某一个准则,如概率加权矩准则,并直接用原始试验寿命数据估计威布尔参数,尚未涉及可靠性置信区间的最优化问题.为此,本文提出一种新的试验评估方法——自助加权范数法,采用多个准则优化威布尔参数和可靠性置信区间,可以获得可靠性的最优置信区间.

1 参数评估准则及其数学描述

1.1 可靠性的加权范数

三参数威布尔分布寿命的可靠性函数为

$$R(t; \eta, \beta, \tau) = \exp \left[- \left(\frac{t - \tau}{\eta} \right)^\beta \right] \quad \begin{matrix} t \geq \tau \geq 0 \\ \eta > 0 \\ \beta > 0 \end{matrix} \quad (1)$$

式中 $R(t; \eta, \beta, \tau)$ 为寿命的可靠性函数; t 为寿命的随机变量; η, β, τ 为可靠性函数的 3 个威布尔参数,其中 η 为尺度参数, β 为形状参数, τ 为位置参数,即最小寿命.

假设通过试验获得一组寿命数据,用向量表示为

$$T = \{t_i\} \\ t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_i \leq \dots \leq t_n \\ i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

式中 T 为原始寿命数据组成的向量, i 为数据序

号, t_i 为第 i 个数据, n 为数据个数.

在参数 (η, β, τ) 未知的情况下,可以用 Johnson 方法^[16]对寿命数据的可靠性中位秩经验值进行非参数估计,或者用 Nelson 方法^[17]对寿命数据的可靠性期望经验值进行非参数估计,可以用向量表示为

$$R_1 = \{r(t_i)\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3a)$$

$$R'_1 = \{r'(t_i)\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3b)$$

式中 R_1 表示由可靠性中位秩经验值组成的向量; R'_1 表示由可靠性期望经验值组成的向量.

可靠性中位秩经验值的计算公式为

$$r(t_i) = 1 - \frac{i - 0.3}{n + 0.4} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4a)$$

可靠性期望经验值的计算公式为

$$r'(t_i) = 1 - \frac{i}{n + 1} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4b)$$

可靠性中位秩经验值与期望经验值是寿命试验数据的另一种表现形式,可以等价为可靠性试验值.为节省篇幅,本节以下的公式推导中,用 R_1 指代 R_1 和 R'_1 .

将式(2)寿命数据代入式(1),可以得到可靠性理论值组成的向量

$$R_0 = \{R(t_i; \eta, \beta, \tau)\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

式中 R_0 表示由可靠性理论值组成的向量, $R(t_i; \eta, \beta, \tau)$ 为可靠性理论值.

寿命数据有失效数据和无失效数据两种.若寿命数据中包含无失效数据,可将式(4a)和式(4b)中的 i 变为第 i 个失效数据的失效序号 r_i ,并用 Johnson^[16]或 Kaplan 等^[18]的非完整数据的非参数估计方法计算 r_i 与 $r(t_i)$ ^[5].

为了获得参数 (η, β, τ) 的估计值,定义可靠性差异信息的加权范数为

$$f(\eta, \beta, \tau) = \|\omega(R_0 - R_1)\|_p \quad (6)$$

式中 $f(\eta, \beta, \tau)$ 为可靠性差异信息的加权范数; ω 为权重向量; p 为范数类型, $p = 1, 2, \infty$, 分别表示 1-范数, 2-范数和 ∞ -范数.

可靠性差异信息加权范数 $f(\eta, \beta, \tau)$ 越小,则

R_1 和 R_0 的相似性越大;否则, R_1 和 R_0 的相似性越小.

在式(6)中,若权重 ω 恒为 n 维单位向量,则表示等权重;否则,表示非等权重.对于后者,定义权重为 R_1 与 R_0 的对应元素之间的夹角余弦

$$\omega = \frac{\{R(t_i; \eta, \beta, \tau) r(t_i)\}}{\|R_0\|_2 \|R_1\|_2} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

式(7)表示 R_1 和 R_0 对应元素之间的方向越一致,则权重越大;否则,权重越小.

1.2 参数评估的范数准则

由式(6)和式(7)知,可靠性差异信息的加权范数取值越小, R_1 和 R_0 的相似性越大,据此可以建立评估威布尔参数的6个范数准则.

1.2.1 准则1——最小1-范数准则

最小1-范数准则为

$$f_1(\eta_1, \beta_1, \tau_1) = \min_{(\eta, \beta, \tau)} \|R_0 - R_1\|_1 \quad (8)$$

即威布尔参数 (η, β, τ) 的最优估计值 $(\eta_1, \beta_1, \tau_1)$ 使可靠性差异信息的1-范数最小.

最小1-范数准则获得的估计值 $(\eta_1, \beta_1, \tau_1)$ 可以保证 R_1 和 R_0 对应元素之间差值的绝对值之和为最小,揭示出 R_1 和 R_0 在 n 维向量数值上的总体一致性.

1.2.2 准则2——最小2-范数准则

最小2-范数准则为

$$f_2(\eta_2, \beta_2, \tau_2) = \min_{(\eta, \beta, \tau)} \|R_0 - R_1\|_2 \quad (9)$$

即威布尔参数 (η, β, τ) 的最优估计值 $(\eta_2, \beta_2, \tau_2)$ 使可靠性差异信息的2-范数最小.

最小2-范数准则获得的估计值 $(\eta_2, \beta_2, \tau_2)$ 可以保证 R_1 和 R_0 对应元素之间差值的平方和为最小,揭示出 R_1 和 R_0 在 n 维向量距离上的总体趋近程度.

1.2.3 准则3——最小 ∞ -范数准则

最小 ∞ -范数准则为

$$f_3(\eta_3, \beta_3, \tau_3) = \min_{(\eta, \beta, \tau)} \|R_0 - R_1\|_\infty \quad (10)$$

即威布尔参数 (η, β, τ) 的最优估计值 $(\eta_3, \beta_3, \tau_3)$ 使可靠性差异信息的 ∞ -范数最小.

最小 ∞ -范数准则获得的估计值 $(\eta_3, \beta_3, \tau_3)$ 可以保证 R_1 和 R_0 之间最大偏移量为最小,揭示出 R_1 和 R_0 在 n 维向量数值上的最大差异为最小时的趋近程度.

1.2.4 准则4——最小加权1-范数准则

最小加权1-范数准则为

$$f_4(\eta_4, \beta_4, \tau_4) = \min_{(\eta, \beta, \tau)} \|\omega(R_0 - R_1)\|_1 \quad (11)$$

即威布尔参数 (η, β, τ) 的最优估计值 $(\eta_4, \beta_4, \tau_4)$ 使可靠性差异信息的加权1-范数最小.

最小加权1-范数准则获得的估计值 $(\eta_4, \beta_4, \tau_4)$ 可以保证 R_1 和 R_0 的对应元素之间加权差值的绝对值之和为最小,揭示出 R_1 和 R_0 在 n 维向量以方向为权重的数值上的总体一致性.

1.2.5 准则5——最小加权2-范数准则

最小加权2-范数准则为

$$f_5(\eta_5, \beta_5, \tau_5) = \min_{(\eta, \beta, \tau)} \|\omega(R_0 - R_1)\|_2 \quad (12)$$

即威布尔参数 (η, β, τ) 的最优估计值 $(\eta_5, \beta_5, \tau_5)$ 使可靠性差异信息的加权2-范数最小.

最小加权2-范数准则获得的估计值 $(\eta_5, \beta_5, \tau_5)$ 可以保证 R_1 和 R_0 的对应元素之间加权差值的平方和为最小,揭示出 R_1 和 R_0 在 n 维向量以方向为权重的距离上的总体趋近程度.

1.2.6 准则6——最小加权 ∞ -范数准则

最小加权 ∞ -范数准则为

$$f_6(\eta_6, \beta_6, \tau_6) = \min_{(\eta, \beta, \tau)} \|\omega(R_0 - R_1)\|_\infty \quad (13)$$

即威布尔参数 (η, β, τ) 的最优估计值 $(\eta_6, \beta_6, \tau_6)$ 使可靠性差异信息的加权 ∞ -范数最小.

最小加权 ∞ -范数准则获得的估计值 $(\eta_6, \beta_6, \tau_6)$ 可以保证 R_1 和 R_0 之间加权最大偏移量为最小,揭示出 R_1 和 R_0 在 n 维向量以方向为权重的数值上的最大差异为最小时的趋近程度.

使用6种不同的范数准则估计参数是因为不同的准则可以揭示出参数不同侧面的有用信息.由于不同侧面的信息体现出参数的不同属性,因此,准则越多,获取参数的属性信息越多,对参数属性的掌握就越全面.这有利于后续参数概率密度函数的建立与可靠性参数的准确估计.另外,从数量上讲,目前只有上述6种不同的范数.

以上6个范数准则是后续的最优可靠性置信区间评估的备用准则,使用其中的3~6个,可以获取可靠性的最优置信区间.

1.3 参数评估准则的数学描述

参数评估准则的完整数学描述为:已知伴随寿命数据 $t_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的可靠性试验值组成的向量 R_1 ,用连续变量 t 的一个函数组成的向量 $R_1 = R_0$,对 R_1 按最小加权范数准则拟合,使 $\omega(R_0 - R_1)$ 的 n 维向量的加权范数为最小.取 $R_0 =$

$\{R(t; \eta, \beta, \tau)\}$, 有 $(\eta, \beta, \tau) = (\eta_k, \beta_k, \tau_k)$ 和 $\{R(t; \eta, \beta, \tau)\} = \{R(t; \eta_k, \beta_k, \tau_k)\} (t \geq \tau_k) (k=1, 2, \dots, 6)$, 使 $f_k(\eta_k, \beta_k, \tau_k) \leq f_k(\eta, \beta, \tau)$ 成立, 则满足 $f_k(\eta_k, \beta_k, \tau_k) = \min_{(\eta, \beta, \tau)} \|\omega(R_0 - R_1)\|_p$ 的 $(\eta_k, \beta_k, \tau_k)$ 是参数 (η, β, τ) 的最优估计。

2 可靠性参数评估

2.1 威布尔分布的最优参数信息向量

为方便叙述, 用符号 θ 统一表示参数 η, β 和 τ 。

从6个范数准则中选出 M 个, 并重新编号为 $m=1, 2, \dots, M (M=3, 4, 5, 6)$ 。用对应的威布尔参数的最优估计值构成最优参数信息向量 θ

$$\theta = \{\theta_m\} \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (14)$$

根据贝叶斯统计学, 作为统计学上的参数, θ 可以被看作一个具有某种概率分布的随机变量。式(14)中的 M 个数据, 是按 M 种不同的准则对 θ 的最优估计, 体现了 θ 不同侧面的有用信息, 属于 θ 的 M 次随机实现, 因此必然隐含着 θ 总体的某些特征信息。这样, 最优参数信息向量的构成, 可以为威布尔参数概率密度函数的建立奠定自助抽样的数据基础。

2.2 威布尔参数的概率密度函数

为了评估可靠性置信区间, 必须先评估参数置信区间, 这就要求大量的参数信息以建立参数的概率密度函数。但是, 由于加权范数法的准则个数有限, 对于每个参数最多只能获取6个数据, 不能直接建立概率密度函数。为了解决这个问题, 需要引入自助法^[3, 19]。自助法作为最流行的信息生成方法之一, 借助很少的信息就可以生成大量信息以模拟一个概率分布。

用自助法生成大量参数信息的步骤如下:

1) 选一个很大的常数 B (通常可以取 $B = 10\,000 \sim 100\,000$), 并设变量 b 取初值为1。

2) 从最优参数信息向量 θ 中等概率可放回地抽取1个数据。

3) 将步骤2)重复 M 次, 获得 M 个抽样数据 $\theta_b(m) (m=1, 2, \dots, M; M=3, 4, 5, 6)$ 。

4) 计算 M 个数据的均值 $\theta(b)$, 并将 $\theta(b)$ 作为生成参数信息向量 Θ 的元素之一。

5) 令 b 加1, 完成第 b 次抽样。

6) 若 $b > B$, 则转入步骤7); 否则, 转入步骤2)。

7) 设 B 为生成参数信息向量 Θ 的维数, 于是获得大量的生成参数信息。

根据自助法, 生成参数信息向量 Θ 为

$$\Theta = \{\theta(b)\} = \left\{ \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \theta_b(m) \right\} \quad b = 1, 2, \dots, B \quad (15)$$

式中 Θ 为基于自助加权范数法的生成参数信息向量, b 表示第 b 次自助抽样, B 为自助抽样次数, $\theta_b(m)$ 为第 b 次自助抽样时获得的第 m 个数据 ($m=1, 2, \dots, M$), $\theta(b)$ 为生成参数信息向量 Θ 的第 b 个元素, 即参数数据。

由式(15), 根据统计学的直方图原理, 可以建立参数 θ 的概率密度函数

$$\varphi = \varphi(\theta) \quad (16)$$

式中 $\varphi(\theta)$ 为基于自助加权范数法的参数 θ 的概率密度函数。

2.3 威布尔参数的估计真值与置信区间

参数 θ 的估计真值用数学期望表示

$$\theta_0 = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \theta \varphi(\theta) d\theta \quad (17)$$

式中 θ_0 为参数 θ 的估计真值, 即参数 (η, β, τ) 的估计真值 $(\eta_0, \beta_0, \tau_0)$; $\theta_{\min}$ 和 $\theta_{\max}$ 分别为 θ 积分区间的下界值和上界值。

设显著性水平 $\alpha \in [0, 1]$, 有置信水平 P

$$P = (1 - \alpha) \times 100\% \quad (18)$$

在置信水平 P 下, 通过对概率密度函数 $\varphi(\theta)$ 积分, 可以解出 θ 的下界值 θ_l 和上界值 θ_u , 积分公式为

$$\frac{\alpha}{2} = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_l} \varphi(\theta) d\theta \quad (19)$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_u} \varphi(\theta) d\theta \quad (20)$$

由式(17)可以求得参数的估计真值 $(\eta_0, \beta_0, \tau_0)$, 由式(19)和式(20)可以求得参数的置信区间 $([\eta_l, \eta_u], [\beta_l, \beta_u], [\tau_l, \tau_u])$ 。

2.4 可靠性的估计真值及其置信区间

将式(17)的参数估计真值 $(\eta_0, \beta_0, \tau_0)$ 代入式(1), 得到可靠性的估计真值函数

$$R_0(t) = \exp\left[-\left(\frac{t - \tau_0}{\eta_0}\right)^{\beta_0}\right] \quad t \geq \tau_0 \geq 0 \quad \eta_0 > 0 \quad \beta_0 > 0 \quad (21)$$

在置信水平 P 下, 将由式(19)和式(20)解出的参数的置信区间 $([\eta_l, \eta_u], [\beta_l, \beta_u], [\tau_l, \tau_u])$ 的上界值和下界值分别依次代入式(1), 并设

$$r_1(t) = \exp\left[-\left(\frac{t - \tau_l}{\eta_l}\right)^{\beta_l}\right] \quad t \geq \tau_l \geq 0 \quad (22)$$

$$r_2(t) = \exp\left[-\left(\frac{t - \tau_u}{\eta_u}\right)^{\beta_u}\right] \quad t \geq \tau_u \geq 0 \quad (23)$$

$$r_3(t) = \exp\left[-\left(\frac{t-\tau_l}{\eta_l}\right)^{\beta_u}\right] \quad t \geq \tau_l \geq 0 \quad (24)$$

$$r_4(t) = \exp\left[-\left(\frac{t-\tau_u}{\eta_l}\right)^{\beta_u}\right] \quad t \geq \tau_u \geq 0 \quad (25)$$

$$r_5(t) = \exp\left[-\left(\frac{t-\tau_l}{\eta_u}\right)^{\beta_l}\right] \quad t \geq \tau_l \geq 0 \quad (26)$$

$$r_6(t) = \exp\left[-\left(\frac{t-\tau_u}{\eta_u}\right)^{\beta_l}\right] \quad t \geq \tau_u \geq 0 \quad (27)$$

$$r_7(t) = \exp\left[-\left(\frac{t-\tau_l}{\eta_u}\right)^{\beta_u}\right] \quad t \geq \tau_l \geq 0 \quad (28)$$

$$r_8(t) = \exp\left[-\left(\frac{t-\tau_u}{\eta_u}\right)^{\beta_u}\right] \quad t \geq \tau_u \geq 0 \quad (29)$$

就得到可靠性置信区间的下界值函数 $R_l(t)$ 和上界值函数 $R_u(t)$

$$R_l(t) = \min[r_j(t)]$$

$$R_0(t) \geq r_j(t) \quad j = 1, 2, \dots, 8 \quad (30)$$

$$R_u(t) = \max[r_j(t)]$$

$$R_0(t) \leq r_j(t) \quad j = 1, 2, \dots, 8 \quad (31)$$

式(21)、式(30)和式(31)分别是基于自助加权范数法的可靠性估计真值函数及其置信区间函数。

2.5 可靠性的最优置信区间评估

由于实际工程的各种复杂因素干扰,可靠性的试验估计真值必然伴随有不确定性,可靠性置信区间就是不确定性的一种表现形式。根据最小动态不确定性原理^[20-21],最优的置信区间是一个满足置信水平条件的最小置信区间。

给定置信水平 P ,假设在式(2)的 n 个寿命数据中,有 s 个被包含在可靠性置信区间 $[R_l(t), R_u(t)]$ 中,即可靠性置信区间的包含率为 s/n 。可靠性最优置信区间的决策方案为:选择 M 个范数准则,在满足置信水平的条件下,使

$$U(t) = \min[R_u(t) - R_l(t)] \quad (32)$$

置信水平条件为

$$\frac{s}{n} \times 100\% \geq P \quad (33)$$

式(32)中 $U(t)$ 为最小动态不确定度函数。满足式(32)和式(33)的置信区间函数为可靠性的最优置信区间函数。

置信水平 P 取值越大,表示允许的不确定性

越大。当置信水平 P 趋近极限值 100% 时,仍不能满足置信水平条件,表明寿命数据偏离三参数威布尔分布太远,原因是试验寿命数据的不确定性太大,包含突出的野值,需要专门进行野值滤波;或者是试验寿命数据不符合三参数威布尔分布,应选用其他概率分布函数。

3 案例研究

3.1 滚动轴承性能寿命案例

根据某滚动轴承摩擦磨损寿命的参数取值特征,设威布尔参数 $(\eta, \beta, \tau) = (30, 2.5, 10)$, 用反函数法模拟出 $n=9$ 个轴承单元的性能失效数据如下(单位为 24 h):

$$T = (22.1953, 26.4647, 29.8623, 32.9314, \\ 35.9090, 38.9691, 42.3123, \\ 46.2903, 51.8801)$$

本案例的问题是,用自助加权范数法处理模拟的 9 个失效数据,计算出参数 (η, β, τ) 的估计真值 $(\eta_0, \beta_0, \tau_0)$, 然后比较参数估计真值与参数真值之间的相对误差,并比较可靠性估计真值函数 $R_0(t)$ 与可靠性理论值 R_0 以及可靠性期望经验值 R'_l 之间的一致性。

采用范数准则 1~6,取 $B=80000$,结果见表 1 和图 1。由表 1 可以看出,自助加权范数法的估计真值与真值之间的最大相对误差很小,只有 1.3%。由图 1 可以看出,自助加权范数法的可靠性估计真值函数 $R_0(t)$ 与可靠性理论值 R_0 以及可靠性期望经验值 R'_l 几乎完全重合。

表 1 滚动轴承性能寿命案例的参数结果

Table 1 Result of parameters in case study of rolling bearing performance life

参数	估计真值	真值	相对误差/%
尺度参数 η	30.1132	30	0.38
形状参数 β	2.5180	2.5	0.72
位置参数 τ	9.8701	10	1.3

设置信水平 $P=90\%$,可靠性估计真值函数 $R_0(t)$ 及其最优置信区间函数 $[R_l(t), R_u(t)]$ 的结果见图 2。为方便对比分析,图 2 中还显示了可靠性期望经验值 R'_l 。可以看出:9 个可靠性期望经验值全部被可靠性最优置信区间函数 $[R_l(t), R_u(t)]$ 包含,包含率为 $9/9=100\%$,这个百分比大于置信水平 $P=90\%$ 。

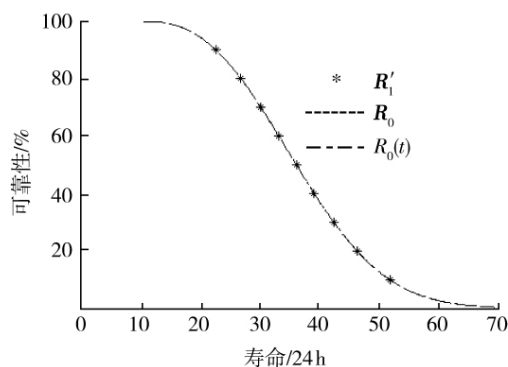


图 1 滚动轴承性能寿命案例可靠性结果对比

Fig. 1 Comparison of results of reliability in case study of rolling bearing performance life

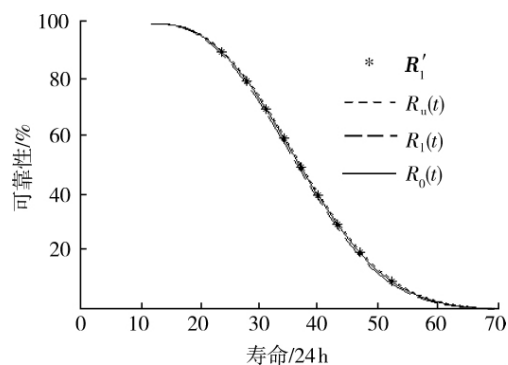


图 2 滚动轴承性能寿命案例可靠性估计结果

Fig. 2 Estimated results of reliability in case study of rolling bearing performance life

3.2 直升机部件失效案例

根据 Luxhoy 等^[22]的研究,文献[5]得到了某直升机部件 206-011-147-005 的失效数据如下($n=13$,单位为 h):

$$T = (156.5, 213.4, 265.7, 265.7, 337.7, 337.7, 406.3, 573.5, 573.5, 644.6, 744.8, 774.8, 1023.6)$$

采用范数准则 1~6,取 $B=80\,000$,置信水平 $P=99\%$,用自助加权范数法处理失效数据,参数估计真值 (η_0, β_0, τ_0) 及其置信区间 ($[\eta_1, \eta_u]$, $[\beta_1, \beta_u]$, $[\tau_1, \tau_u]$) 的结果见表 2,可靠性估计真值函数 $R_0(t)$ 及其最优置信区间函数 $[R_l(t), R_u(t)]$ 的结果见图 3. 为方便对比分析,图 3 中还显示了可靠性中位秩经验值 R_1 .

由图 3 可以看出,可靠性估计真值函数 $R_0(t)$ 与可靠性中位秩经验值 R_1 趋势一致. 但在 13 个可靠性中位秩经验值中,有 1 个没有被包含在可靠性最优置信区间函数 $[R_l(t), R_u(t)]$ 中,包含率为 92.31%,这个比值小于置信水平 $P=99\%$,故

Luxhoy 获取的失效数据具有较大的不确定性,在给定的置信水平 $P=99\%$ 下,试验质量与效果不好.

表 2 直升机部件失效案例参数估计真值及其置信区间

Table 2 Estimated truth-value and confidence interval of parameters in case study of helicopter component failure

参数	估计真值	置信区间
尺度参数 η	460.40	[415.19, 524.48]
形状参数 β	1.34	[1.20, 1.46]
位置参数 τ	90.17	[35.73, 124.49]

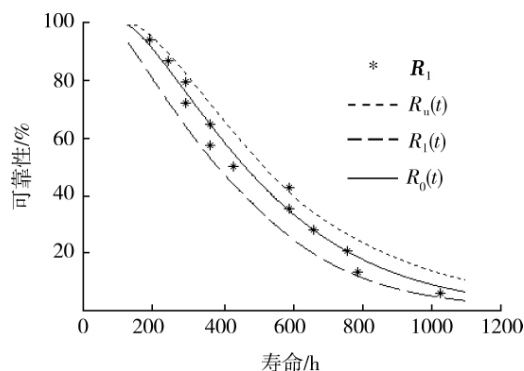


图 3 直升机部件失效案例可靠性估计结果

Fig. 3 Estimated results of reliability in case study of helicopter component failure

3.3 某试件疲劳寿命案例

根据文献[11-12]的研究,在同一应力水平下测得一组试件的疲劳寿命数据如下($n=20$,单位为 10^3 周期):

$$T = (350, 380, 400, 430, 450, 470, 480, 500, 520, 540, 550, 570, 600, 610, 630, 650, 670, 730, 770, 840)$$

采用范数准则 1 和 4~6,取 $B=80\,000$,置信水平 $P=90\%$,用自助加权范数法获得的结果见表 3 和图 4. 为方便对比分析,图 4 中还显示了现有方法(概率加权矩法)的可靠性估计真值结果 R 以及可靠性期望经验值 R'_1 .

由图 4 可以看出,自助加权范数法的可靠性估计真值函数 $R_0(t)$ 与现有方法的估计真值函数 R 对可靠性期望经验值 R'_1 的一致性都很好. 而且,20 个可靠性期望经验值全部被可靠性最优置信区间函数 $[R_l(t), R_u(t)]$ 包含,包含率为 100%,这个百分比大于置信水平 $P=90\%$.

表3 试件疲劳寿命案例参数估计真值及其置信区间

Table 3 Estimated truth-value and confidence interval of parameters in case study of specimen fatigue life

参数	估计真值	置信区间
尺度参数 η	310.3731	[298.4051, 315.8943]
形状参数 β	1.9558	[1.9013, 1.9936]
位置参数 τ	286.1788	[278.0699, 294.7725]

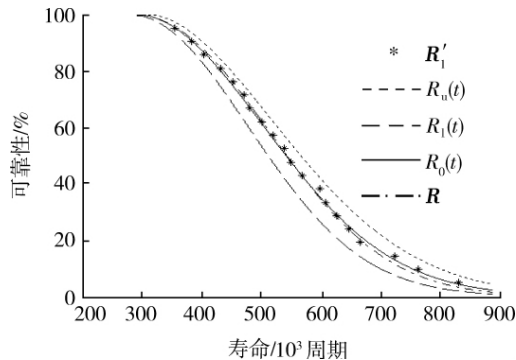


图4 试件疲劳寿命案例可靠性估计结果

Fig. 4 Estimated results of reliability in case study of specimen fatigue life

现有方法约定,在90%的置信水平下,可靠性真值为90%时对应的总体百分位值的置信下界为 388.7×10^3 周期,这是真实寿命下界值.现有方法估计的寿命下界值与可靠性下界值分别是 374.6×10^3 周期与87.8%;自助加权范数法估计的寿命下界值与可靠性下界值分别是 384.4×10^3 周期与88%.可见,自助加权范数法的估计结果更接近真实寿命值 388.7×10^3 周期和可靠性真值90%.这表明自助加权范数法获得的可靠性置信区间函数更优.

上述案例研究表明:自助加权范数法获得的可靠性估计真值函数 $R_0(t)$ 对可靠性经验值 R_1 或 R'_1 的拟合效果很好,可靠性最优置信区间函数 $[R_1(t), R_u(t)]$ 对可靠性经验值的包含率大于置信水平.这表明自助加权范数法的估计结果与试验结果有很好的一致性.因此,用自助加权范数法评估可靠性估计真值函数及其最优置信区间函数是有效的和可行的.

自助加权范数法可以获取可靠性最优置信区间函数的原因,不是只借助一个准则对原始寿命数据再抽样去估计威布尔参数和可靠性置信区间函数,而是优化选择多个不同的准则处理原始寿命数据,获得能体现总体多个侧面特征的威布尔

参数最优信息向量,并对这个最优信息向量再抽样,经过两次优化,最终得到可靠性估计真值函数及其最优置信区间函数.

4 结 论

以范数理论为基础,提出了加权范数评估准则,可以获取三参数威布尔分布的最优参数信息向量.

基于最优参数信息向量,提出了自助加权范数法,可以计算威布尔参数的估计真值及其置信区间,进而获取可靠性的估计真值函数及其最优置信区间函数.

对滚动轴承性能寿命仿真案例、直升机部件失效案例与某试件疲劳寿命案例的研究表明:使用自助加权范数法,估计真值函数与可靠性经验值的趋势相一致,最优置信区间可以描述可靠性试验结果的真实状态.

参考文献:

- [1] 赵薇,张义民. 振动传递路径系统的传递可靠性灵敏度[J]. 航空动力学报,2012,27(5):1080-1086.
ZHAO Wei, ZHANG Yimin. Reliability sensitivity of vibration transfer path systems[J]. Journal of Aerospace Power,2012,27(5):1080-1086. (in Chinese)
- [2] 冯文哲,刘琦. 成败型产品的 Bayes 可靠性验证试验设计[J]. 航空动力学报,2012,27(1):110-117.
FENG Wenzhe, LIU Qi. Bayesian reliability demonstration test design for binomial distributed product[J]. Journal of Aerospace Power,2012,27(1):110-117. (in Chinese)
- [3] XIA Xintao. Forecasting method for product reliability along with performance data[J]. Journal of Failure Analysis and Prevention,2012,12(5):532-540.
- [4] Pierce D M, Zeyen B, Huigens B M, et al. Predicting the failure probability of device features in MEMS[J]. IEEE Transactions on Device and Materials Reliability,2011,11(3):433-441.
- [5] 蒋仁言,左明健. 可靠性模型与应用[M]. 北京:机械工业出版社,1999.
- [6] 范英,王顺坤,晋民杰. 多种数据状态下三参数 Weibull 分布的极大似然估计[J]. 机械强度,2012,34(1):53-57.
FAN Ying, WANG Shunkun, JIN Minjie. Maximum likelihood estimation of three-parameter Weibull distribution in wide range of data state [J]. Journal of Mechanical Strength,2012,34(1):53-57. (in Chinese)
- [7] Abbasi B, Niaki S T A, Khalife M A, et al. A hybrid variable neighborhood search and simulated annealing algorithm to estimate the three parameters of the Weibull distribution[J]. Expert Systems with Applications,2011,38(1):700-708.
- [8] El-Adl M E. Predicting future lifetime based on random

- number of three parameters Weibull distribution [J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2011, 81(9): 1842-1854.
- [9] Bartkute N V, Sakalauskas L. Consistent estimator of the shape parameter of three-dimensional Weibull distribution [J]. Communications in Statistics: Theory and Methods, 2011, 40(16): 2985-2996.
- [10] Dario P T C, Thomas U. General probability weighted moments for the three-parameter Weibull distribution and their application in S-N curves modeling [J]. International Journal of Fatigue, 2011, 33(12): 1533-1538.
- [11] 邓建, 古德生, 李夕兵. 确定可靠性分析 Weibull 分布参数的概率加权矩法 [J]. 计算力学学报, 2004, 21(5): 609-613.
DENG Jian, GU Desheng, LI Xibeng. Parameters and quantile estimation for fatigue life distribution using probability weighted moments [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2004, 21(5): 609-613. (in Chinese)
- [12] 赵新攀, 吕震宙, 王维虎. 基于概率加权矩的三参数 Weibull 分布母体百分位值和可靠度置信限估计的新方法 [J]. 西北工业大学学报, 2010, 38(3): 470-475.
ZHAO Xinpan, LÜ Zhenzhou, WANG Weihu. A practical and effective method for estimating confidence limits of population percentile and reliability of three-parameter Weibull distribution on probability weighted moment [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2010, 38(3): 470-475. (in Chinese)
- [13] 郭必柱, 邓建. 可靠性分析威布尔三参数估计方法比较分析 [J]. 科学技术与工程, 2012, 10(25): 6117-6122.
GUO Bizhu, DENG Jian. Comparative study on parameters estimation methods for fatigue life distribution on reliability [J]. Science Technology and Engineering, 2012, 10(25): 6117-6122. (in Chinese)
- [14] REN Gongchang, YANG Zhiwei, MENG Bomin. Reliability evaluation on machining center based on three-parameter Weibull distribution [J]. Advanced Materials Research, 2012, 430/431/432: 1645-1649.
- [15] Abdollah S, Bruce R E. Confidence intervals for reliability indices using likelihood ratio statistics [J]. Structural Safety, 2012, 38: 48-55.
- [16] Johnson L G. Theory and Technique of Variation Research [M]. New York: Elsevier, 1970.
- [17] Nelson W. Accelerated testing: statistical models, test plans, and data analysis [M]. New York: John Wiley & Sons, 1990.
- [18] Kaplan E L, Meier P. Nonparametric estimation from incomplete observations [J]. Journal of American Statistical Association, 1958, 53(282): 457-481.
- [19] Efron B. Bootstrap methods [J]. The Annals of Statistics, 1979, 7(1): 1-36.
- [20] Rarnan R, Grillo P. Minimizing uncertainty in vapour cloud explosion modeling [J]. Process Safety and Environmental Protection, 2005, 83(4): 298-306.
- [21] XIA Xintao, CHEN Xiaoyang, ZHANG Yongzhen, et al. Grey bootstrap method of evaluation of uncertainty in dynamic measurement [J]. Measurement, 2008, 41(6): 687-696.
- [22] Luxhoy T J, Shyur H J. Reliability curve fitting for aging helicopter components [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1995, 48(3): 229-234.